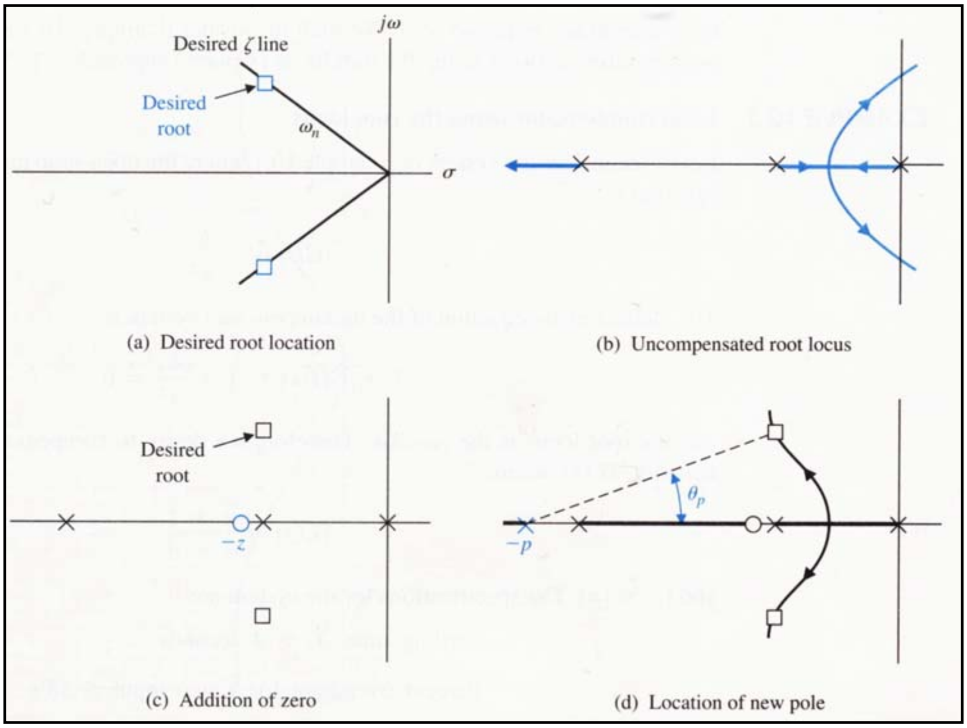
3. Diseño en adelanto de fase usando el lugar geométrico de raíces.

1. Determinar las especificaciones del sistema, y traducirlas en localización de polos dominantes.
2. Dibujar el LGR del sistema no compensado y comprobar si los polos deseados pueden ser alcanzados.
3. Si es necesario un compensador, localizar el cero directamente debajo de los polos deseados.

4. Determinar la localización del polo, tal que el ángulo total en la localización deseada de las raíces sea 180° (se encuentre en el LGR compensado).
5. Evaluar la ganancia total del sistema en la localización deseada de las raíces (determinación de la ctte. de error)
6. Repetir los pasos si la ctte. de error no es satisfecha.



Ejemplo 1.

Considerando el sistema de control con realimentación unitaria:

$$G(s) = \frac{K_1}{s^2}$$

La ecuación característica del sistema no compensado es:

$$1 + G(s) = 1 + \frac{K_1}{s^2} = 0$$

El compensador es:

$$G_c(s) = \frac{s+z}{s+p}$$

Especificaciones ante entrada escalón:

Tiempo de establecimiento: 4 seg.

Porcentaje de sobrepico: ≤ 35%

Amortiguamiento: $\xi \geq$ *0.32.* El tiempo de establecimiento es:

$$T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = 4$$

Polos dominantes (ξ *= 0.45*):

$$p_d = -1 \pm j2$$

Se localiza el cero directamente debajo del cero:

$$-z = -1$$

El ángulo de la raíz deseada es:

$$\phi = -2(116.565°) + 90° = -143.130°$$

El aporte angular del polo será:

$$-180° = -143.130° - \theta_p$$

$$\theta_p = -36.870°$$

Por tanto:

$$-p = -2.667 - 1 = -3.667$$

El compensador es:

$$G_c(s) = \frac{s+1}{s+3.667}$$

La función de transferencia de lazo abierto es:

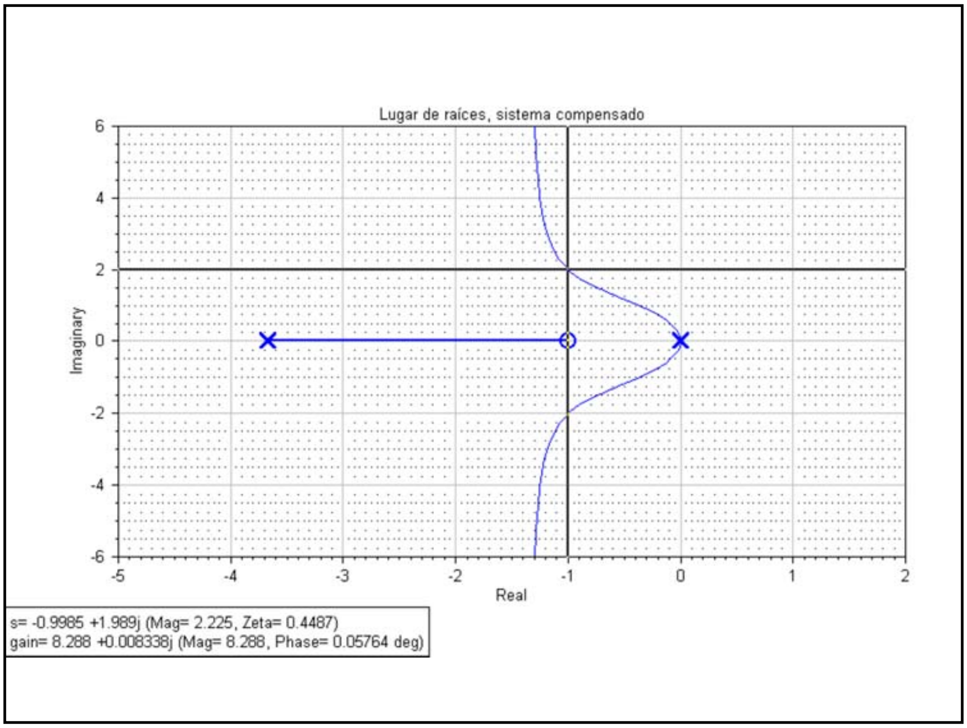
$$G_c(s)G(s) = \frac{K_1\left(s+1\right)}{s^2\left(s+3.667\right)}$$

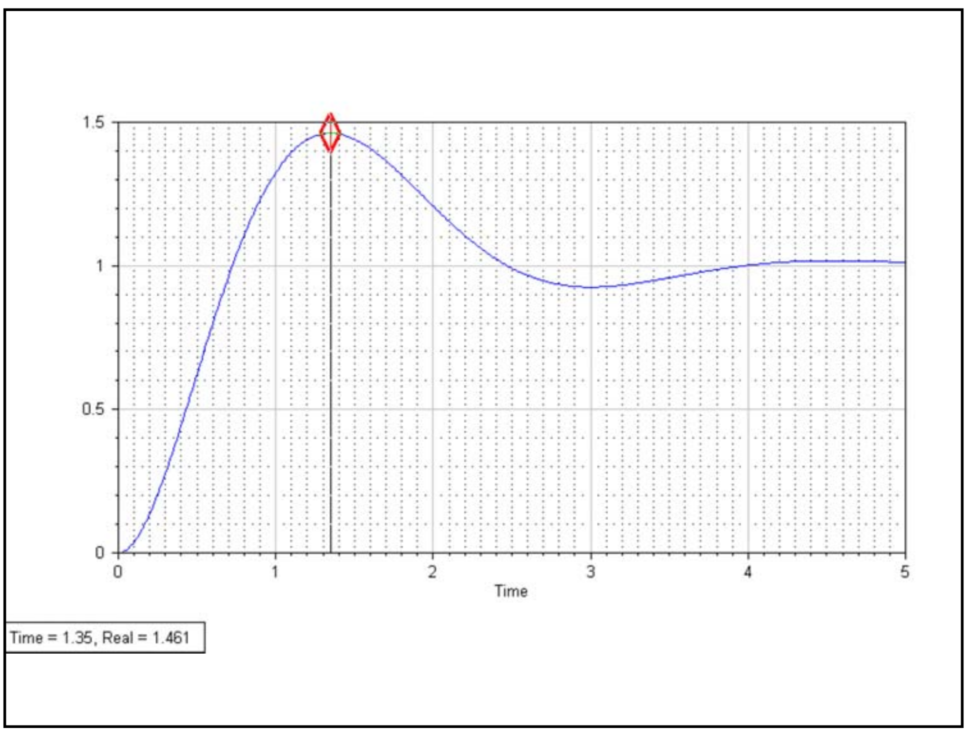
Por la condición de magnitud:

$$K_1 = \frac{(2.236)^2(3.334)}{2} = 8.335$$

Función de transferencia de lazo cerrado:

$$G_{LC}(s) = \frac{8.335\left(s+1\right)}{(s+1.667)\left[\left(s+2\right)^2+1^2\right]}$$


Lugar de raíces, sistema compensado
Imaginary
Real
s= -0.9985 +1.989j (Mag= 2.225, Zeta= 0.4487)
gain= 8.288 +0.008338j (Mag= 8.288, Phase= 0.05764 deg)


Time
Time = 1.35, Real = 1.461

Ejemplo 2.-

Un sistema de control de lazo abierto tiene la función de transferencia:

$$GH(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$

Diseñar un compensador para: amortiguamiento $\xi = 0.45$, constante de error de velocidad de 20.

4. Diseño en atraso de fase usando el lugar geométrico de raíces.

1. Dibujar el LGR del sistema no compensado.
2. Determinar las especificaciones de régimen transitorio, y determinar los polos deseados sobre el LGR anterior.
3. Calcular la ganancia del lazo en los polos deseados, y la constante de error del sistema.

4. Comparar la constante de error del sistema con el deseado, y calcular el incremento necesario (relación polo cero del compensador) α.
5. Con α conocido, determinar la locali-zación del polo y cero del compensador para que el LGR compensado pase por los polos deseados. Localizar el polo y cero en las cercanías del origen en comparación a ω_n.

La función del compensador es:

$$G_c(s) = \frac{1}{\alpha}\frac{(s+z)}{(s+p)}$$

donde:

$$z = \frac{1}{\tau} \qquad p = \frac{1}{\alpha\tau}$$

El e_{ss} del sistema no compensado es:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\left\{\frac{R(s)}{1+GH(s)}\right\}$$

También, si:

$$GH(s) = \frac{K\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{s\prod_{j=1}^{Q}(s+p_j)}$$

la constante de velocidad será:

$$K_v = \frac{K\prod_{i=1}^{M} z_i}{\prod_{j=1}^{Q} p_j}$$

Ctte de velocidad sistema compensado

$$K_{vcomp} = \lim_{s\to 0} s\left[G_c(s)GH(s)\right]$$

$$K_{vcomp} = \lim_{s\to 0}\left(G_c(s)\right)K_{vnocomp}$$

$$K_{vcomp} = \left(\frac{z}{p}\right)\left(\frac{1}{\alpha}\right)K_{vnocomp}$$

$$K_{vcomp} = \left(\frac{z}{p}\right)K_1$$

Ejemplo 1.-

Considerar el sistema de control de lazo abierto:

$$GH(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$

Diseñar un compensador para: amortiguamiento $\xi = 0.45$, constante de error de velocidad de 20.

Polos dominantes ($\xi = 0.45$):

$$p_d = -1 \pm j2$$

La ganancia para estos polos es:

$$K = (1)^2 + (2)^2 = 5$$

La constante de error es:

$$K_v = \frac{K}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

La relación polo-cero del compensador:

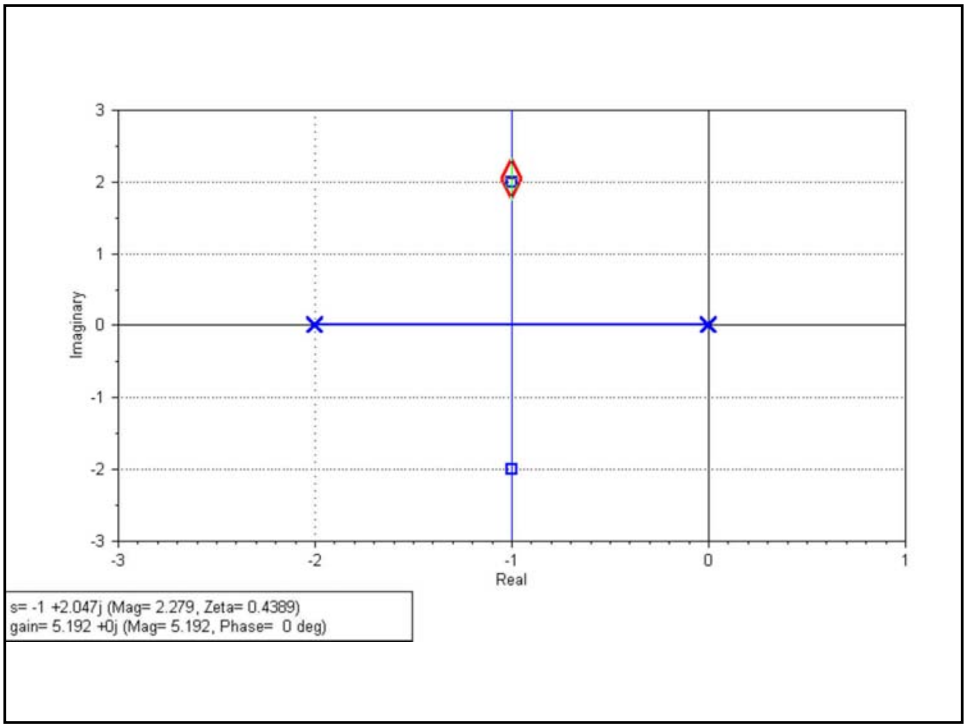
$$\left|\frac{z}{p}\right| = \alpha = \frac{K_{vcomp}}{K_{vnocomp}} = \frac{20}{5} = 8$$

Asumiendo *z=-0.1*, entonces: *p=-0.1/8*. La función de transferencia del sistema compensado será:

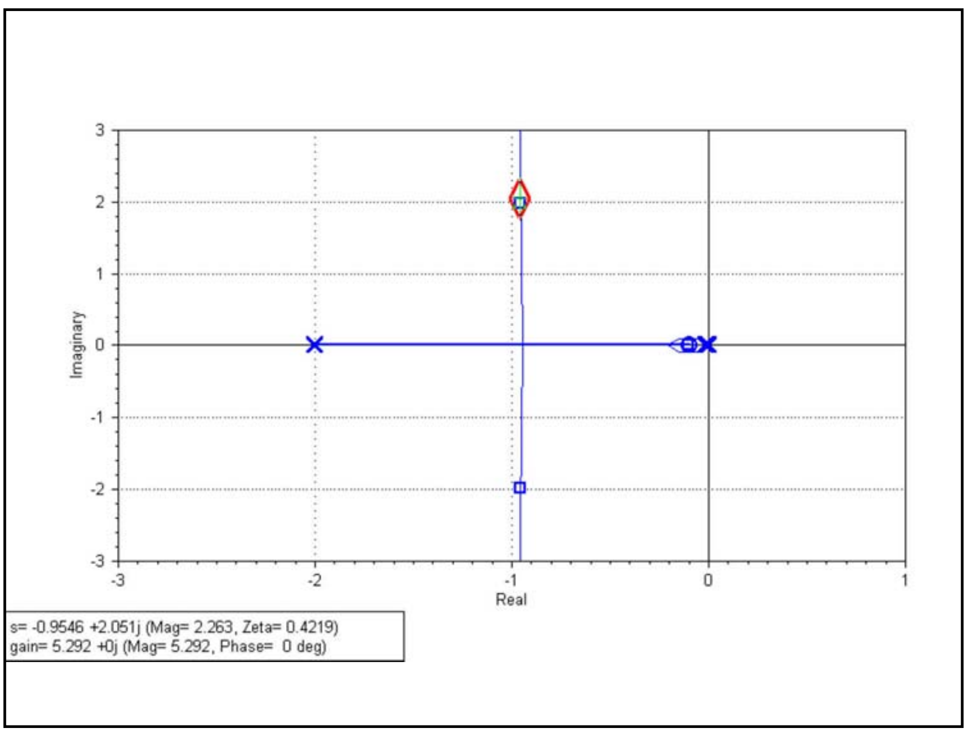
$$G_c(s)GH(s) = \frac{5(s+0.1)}{s(s+2)(s+0.0125)}$$

donde:

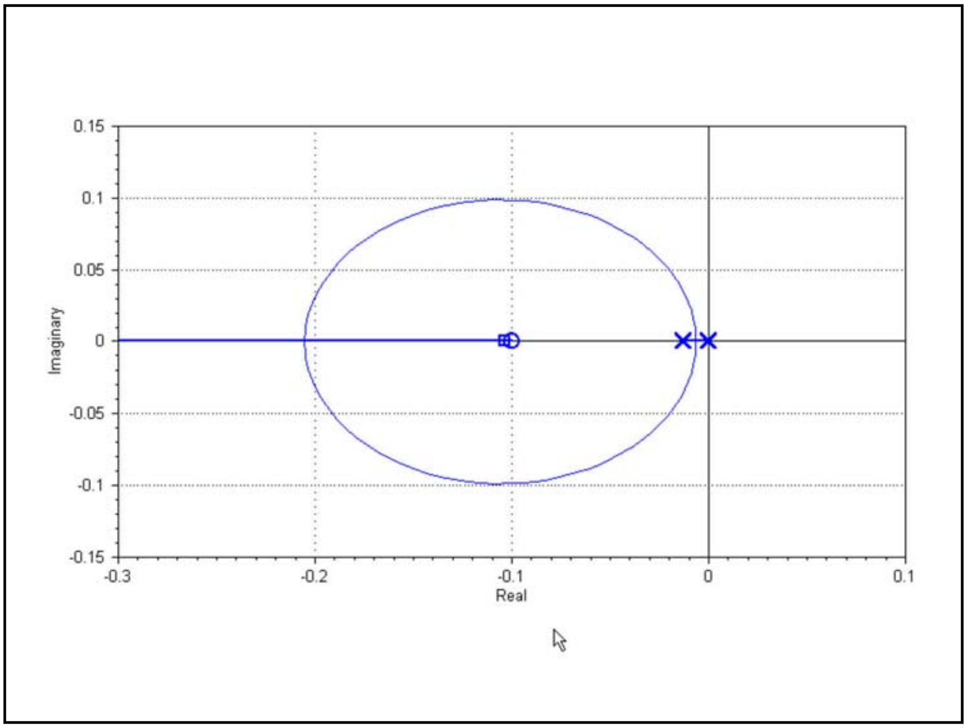
$$\frac{K}{\alpha} = 5 \quad ó \quad K = 40$$

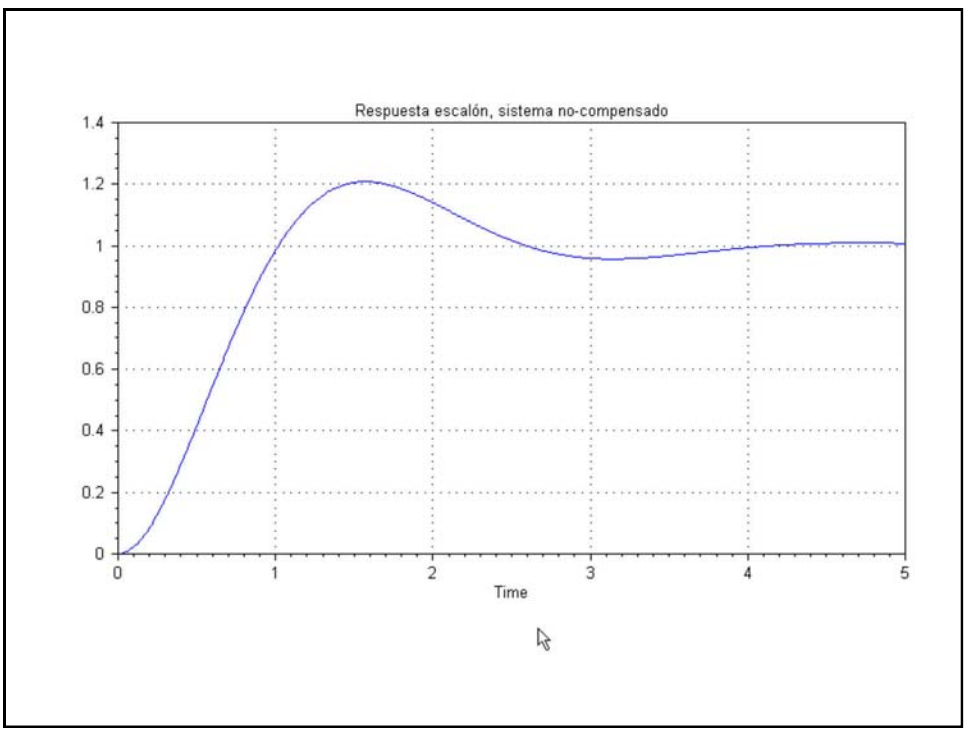


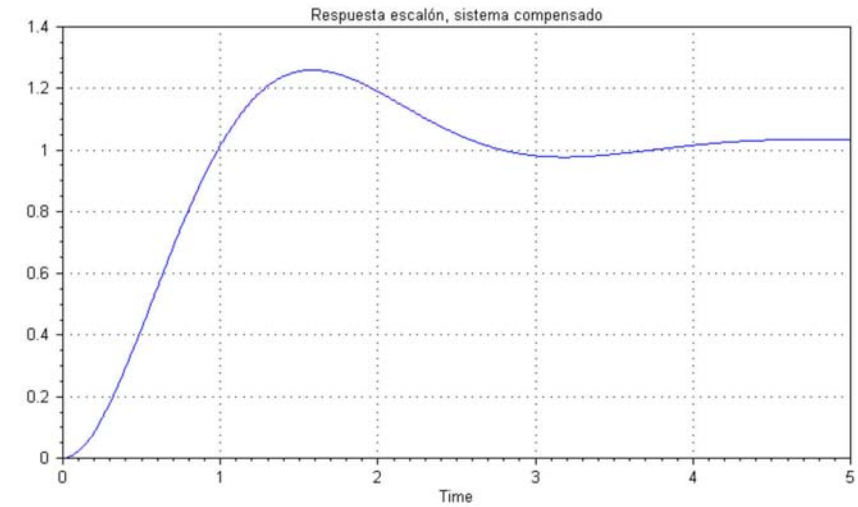
Imaginary
Real
s= -1 +2.047j (Mag= 2.279, Zeta= 0.4389)
gain= 5.192 +0j (Mag= 5.192, Phase= 0 deg)

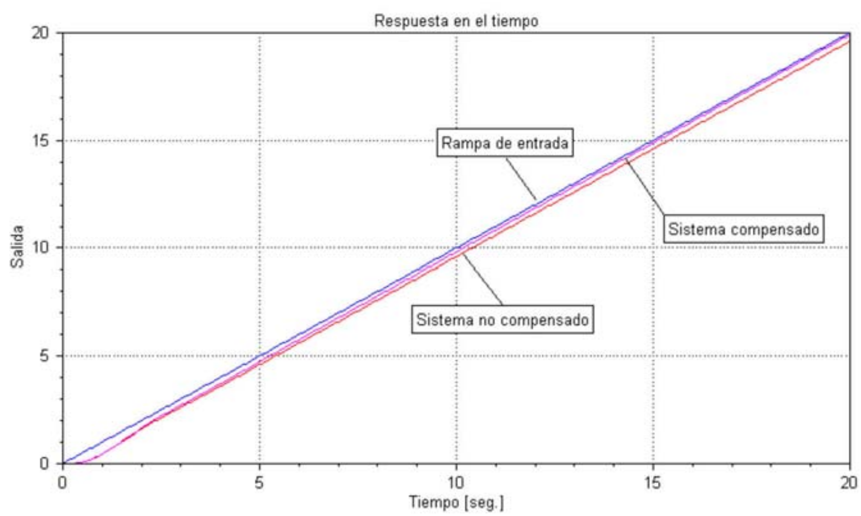


Imaginary
Real
s= -0.9546 +2.051j (Mag= 2.263, Zeta= 0.4219)
gain= 5.292 +0j (Mag= 5.292, Phase= 0 deg)


0.15
0.1
0.05
0
-0.05
-0.1
-0.15
Imaginary
-0.3
-0.2
-0.1
0
0.1
Real


Respuesta escalón, sistema no-compensado
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1
2
3
4
5
Time


Respuesta escalón, sistema compensado
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
1
2
3
4
5
Time


Respuesta en el tiempo
Salida
20
15
10
5
0
Rampa de entrada
Sistema compensado
Sistema no compensado
0
5
10
15
20
Tiempo [seg.]

Ejemplo 2.-

Un sistema de control de lazo abierto tiene la función de transferencia:

$$GH(s) = \frac{K}{s(s+10)^2}$$

Diseñar un compensador para: amortiguamiento $\xi = 0.707$, constante de error de velocidad de 20.

5. Diseño en atraso de fase usando los diagramas de Bode.

1. Dibujar el diagrama de Bode del sistema no compensado, con la ganancia ajustada para el e_{ss}.
2. Determinar el margen de fase del sistema no compensado. Es suficiente?.
3. Determinar la frecuencia ω'_c donde se cumpliría el margen de fase. (Permitiendo atraso de 5° por la red)

4. Colocar el cero del compensador una década debajo de ω'_c, asegurando un retardo de 5° en ω'_c.
5. Medir la atenuación necesaria en ω'_c para asegurar que la magnitud cruza en esta frecuencia.
6. Calcular α de la atenuación $-20 \log \alpha$.
7. Calcular el polo como $\omega_p=1/\alpha\tau= \omega_z/\alpha$.

El compensador en frecuencia es:

$$G_c(j\omega) = \frac{1 + j\omega\tau}{1 + j\omega\alpha\tau}$$

En el diagrama de Bode, el polo y cero del compensador, tienen una magnitud más pequeña que el polo más pequeño del sistema. Por eso el efecto útil del compensador es la atenuación $-20 \log \alpha$ (bajar la frecuencia de cruce).

Con frecuencias de cruce más bajas, aumenta el margen de fase.

Ejemplo 1.-

Considerar el sistema de control de lazo abierto:

$$GH(s) = \frac{K}{s\left(s+2\right)}$$

Diseñar un compensador para: constante de error de velocidad de 20, y un margen de fase de 45°.

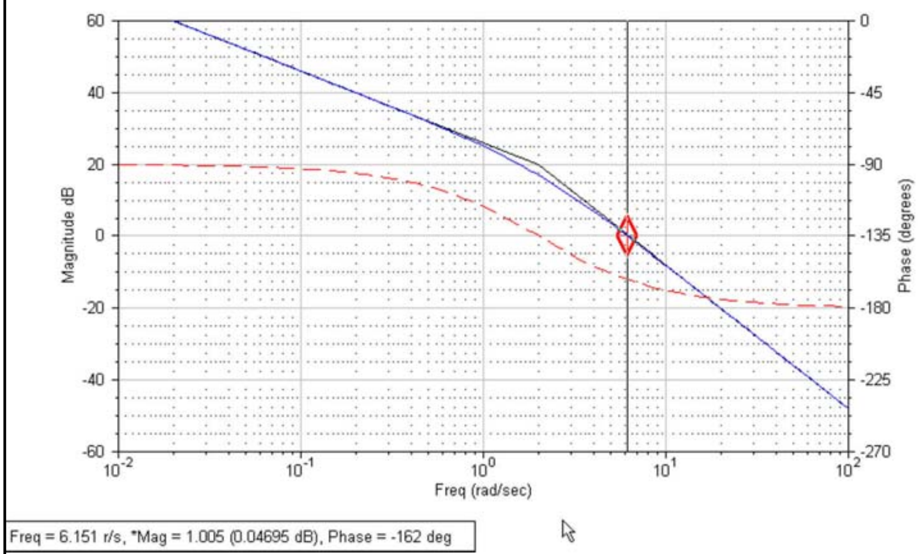
El sistema no compensado:

$$GH(j\omega) = \frac{K}{j\omega\left(j\omega+2\right)}$$

$$= \frac{K_v}{j\omega\left(0.5\,j\omega+1\right)}$$

Donde:

$$K_v = \frac{K}{2}$$



Permitiendo un atraso de fase del compensador de 5°, la frecuencia donde:

$$\phi(\omega) = -130°$$

$$\omega'_c = 1.678$$

La atenuación para que esta sea la nueva frecuencia de cruce será: 19.210 dB ó aproximadamente 20 dB, luego:

$$20\log\alpha = 20 \quad ó \quad \alpha = 10$$

Por tanto:

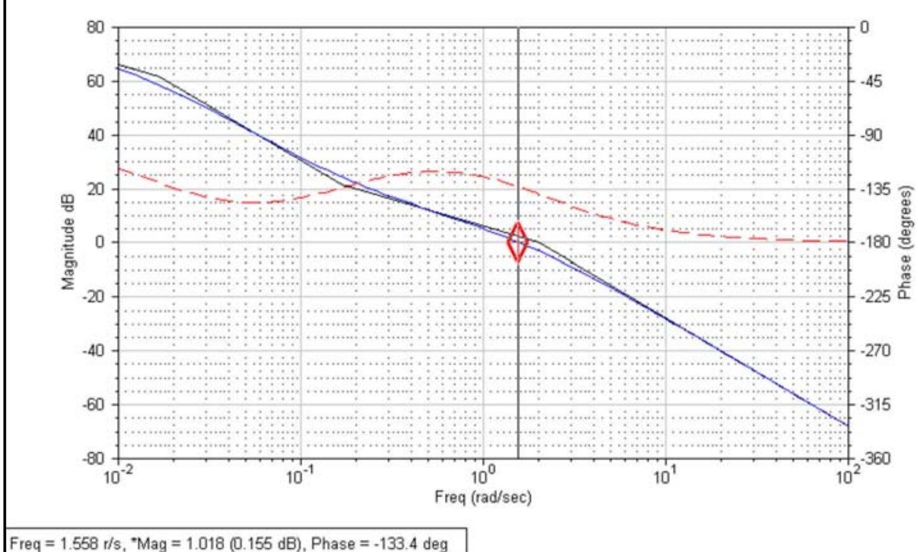
$$\omega_z = \frac{\omega'_c}{10} = 0.168$$

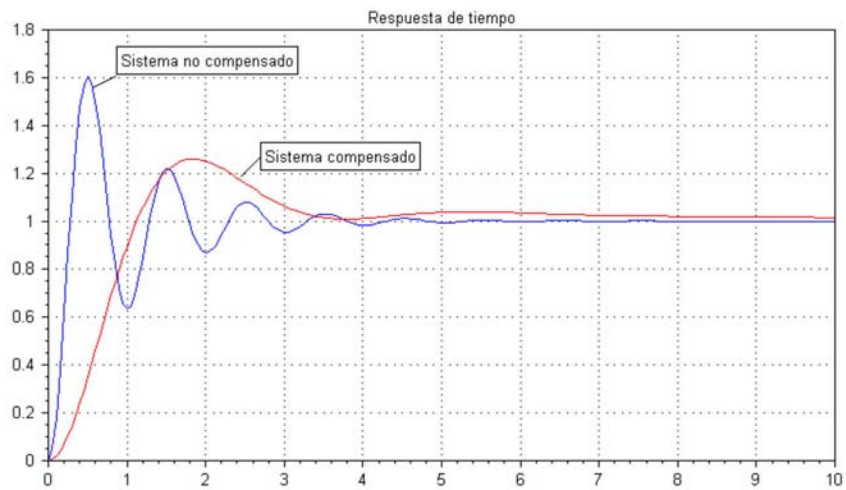
El polo estará en:

$$\omega_p = \frac{\omega_z}{10} = 0.0168$$

El sistema compensado es:

$$G_c(s)GH(j\omega) = \frac{20(6j\omega+1)}{j\omega(0.5j\omega+1)(60j\omega+1)}$$





Ejemplo 2.-

Un sistema de control de lazo abierto tiene la función de transferencia:

$$GH(s) = \frac{K}{s\left(s+10\right)^2}$$

Diseñar un compensador para: amortiguamiento ξ *= 0.707*, constante de error de velocidad de 20.